Fuzzy Logic

http://raic.kunsan.ac.kr

로보틱스 및 인공지능제어 연구실

Robotics & Artificial Intelligent Control Laboratory

Contents

Introduction

-. 퍼지이론은 1970년대 초 미국의 Zadeh교수에 의해 제안되었으며, 인간의 사고와 행동에 관련된 부정확함과 애매한 현상의 의미를 수학적으로 접근하여 증명하기 위해 시도되었다.

-. 퍼지수학 : 정성적인 퍼지개념과 정량적인 수학 사이를 연결하는 중간적인 역할.

-. 이후 이론적 개발과 여러 분야의 응용을 통하여 급속히 성장.

-. 1974년 Zdaeh 교수의 퍼지집합 이론에 근거하여 영국의 Mamdani 교수가 스팀엔진 제어에 처음으로 응용하여 실용 가능성을 보여주면서 실용연구에 박차를 가하게 하는 동기가 되었다.

Fuzzy Theory

-. Fuzzy : 사전적 의미 "어렴풋하다.", "애매모호하다."

-. Fuzzy set : 애매한 성질의 집합. (ex. 미인의 모임, 장신의 모임 등)

-. Crisp set : 명확한 성질의 집합. (ex. 남자의 모임 *or* 여자의 모임)

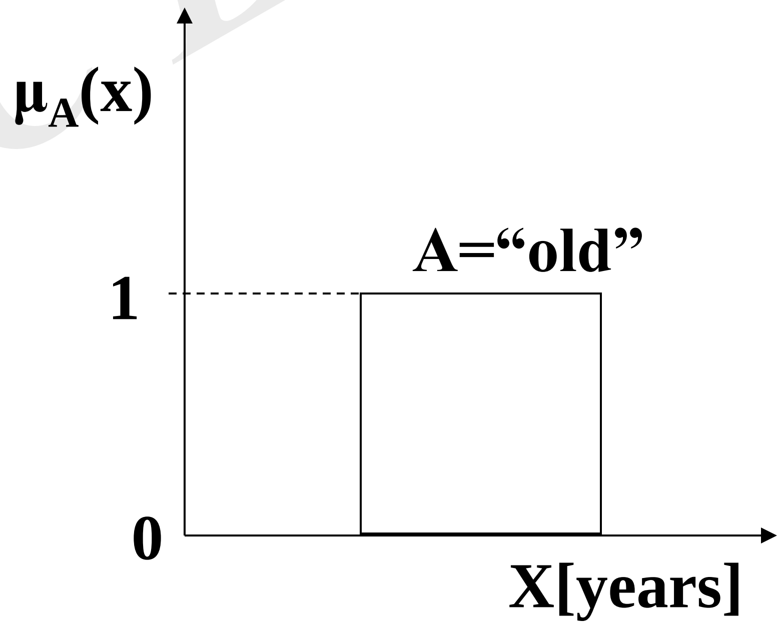
* 그 소속이 불확실하거나 불분명한 원소들을 하나의 양으로 표현하는 퍼지집합에 관한 이론.

Fuzzy Set 1.

–. 보통집합(Classical set, Crisp set)

: 전체집합 내의 원소에 대한 주어진 집합에서의 소속과 비소속 사이의 변화는 급격하고 잘 정의되어 있다. 즉, 소속정도가 ‘0’과 ’1’로만 정의된다.

$$\mu(x) \in \{0, 1\}$$

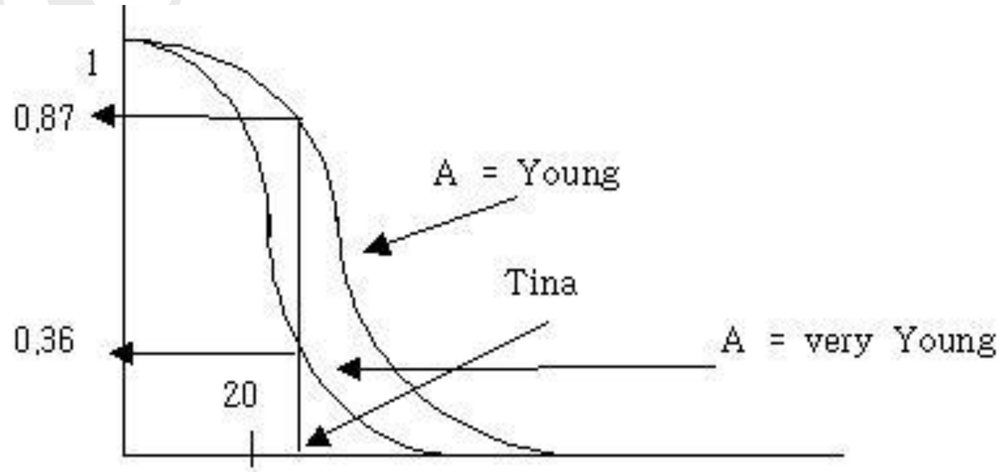


Fuzzy Set 2.

-. 퍼지집합(Fuzzy Set)

: 다양한 소속정도 사이에서 퍼지집합의 경계는 애매모호함을 나타낸다. 따라서 퍼지집합은 다양한 소속 정도를 가지는 원소들을 포함하는 집합이다.

$$\mu(x) \in [0, 1]$$



Fuzzy Set 3.

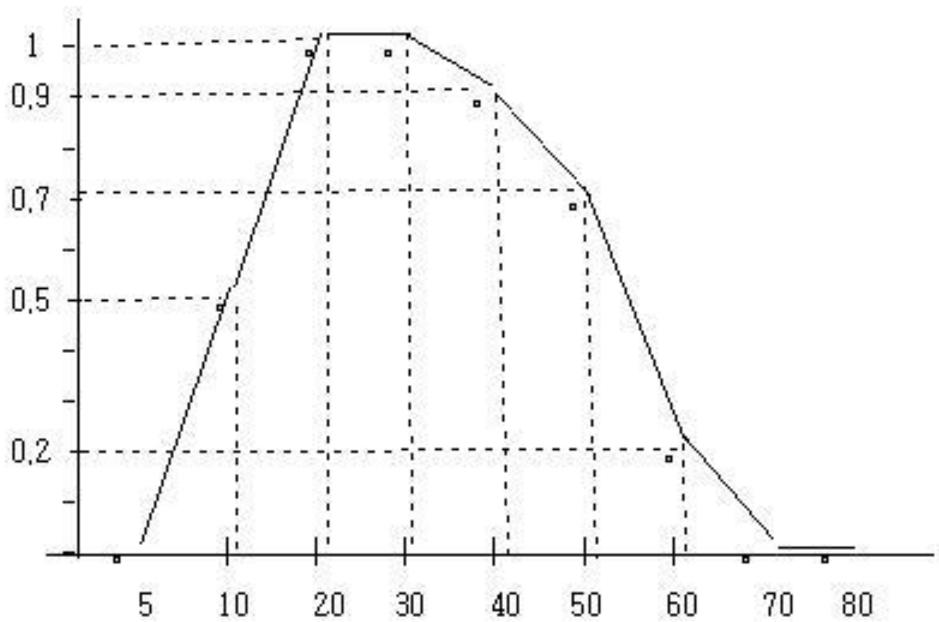
퍼지집합의 기본 개념을 설명하기 위하여 나이에 대한 크리스프 전체집합

$X = \{5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$일 때

여기에서 퍼지집합 {젊은이}, {성인}, {늙은이}를 다음과 같이 구성할 수 있다.

나 이	{젊은이}의 급수	{성인}의 급수	{늙은이}의 급수
5	0	0	0
10	0.5	0	0
20	1	0.9	0
30	1	1	0.2
40	0.9	1	0.5
50	0.7	1	0.7
60	0.2	1	0.9
70	0	1	1
80	0	1	1

이 중 {젊은이}를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



{젊은이} = 0.5/10 + 1/20 + 1/30 + 0.9/40 + 0.7/50 + 0.2/60

이 표현은

$$A = \sum_{i=1}^{n} \mu_i / x_i$$

와 같이 압축한 형태로 나타내기도 한다. 또 x가 실수의 구간이면,

$$A = \int_X \mu_A(x) / x$$

와 같이 나타내기도 한다.

퍼지집합에 대하여 그 집합 내에 최대의 구성원의 급수 값을 그 퍼지집합의 높이(height)라 하고 적어도 하나의 원소가 1의 구성원 급수를 가진 퍼지집합을 정규화되었다(normalized)고 한다.

Attribute of Fuzzy set

교환(**Commutativity**) : $A \cup B = B \cup A$ / $A \cap B = B \cap A$

결합(**Associativity**) : $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ / $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

분배(**Distributivity**) : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ / $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

멱등(**Idempotency**) : $A \cup A = A$ / $A \cap A = A$

항등(**Identity**) **:** $A \cup \Phi = A$ / $A \cap X = A$ / $A \cap \Phi = \Phi$ / $A \cup X = X$

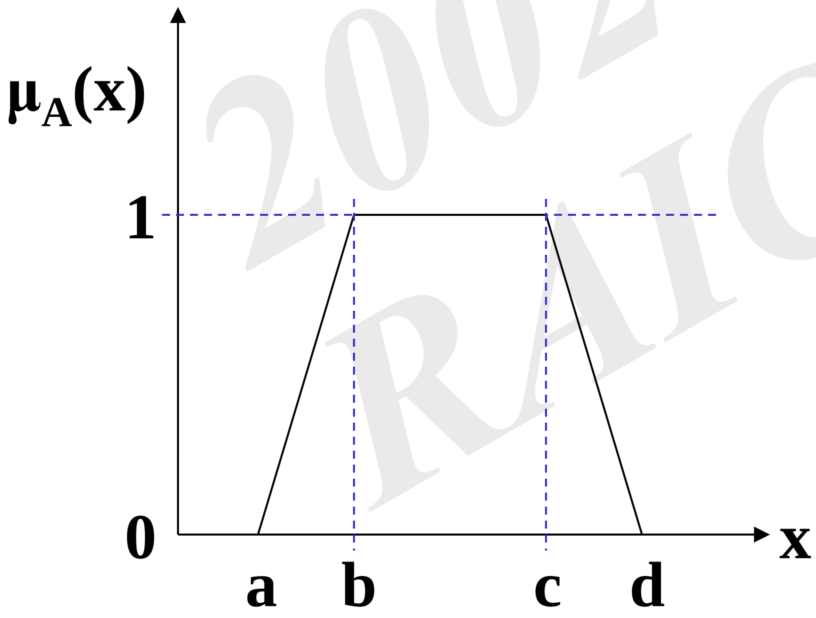
이행(**Transitivity**) **:** $A \subseteq B \subseteq C$ 일때 $A \subseteq C$

복원(**Involution**) **:** $\overline{\overline{A}}$ **= A**

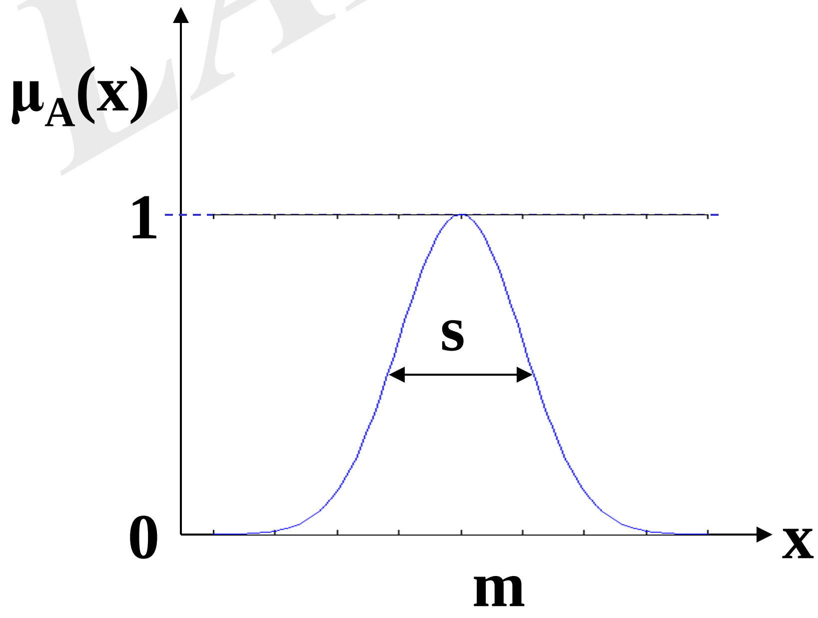
흡수(**Absorption**) **:** $A \cup (A \cap B) = A$ / $A \cap (A \cup B) = A$

Membership Function 1.

1. Trapezoid: <a, b, c, d>

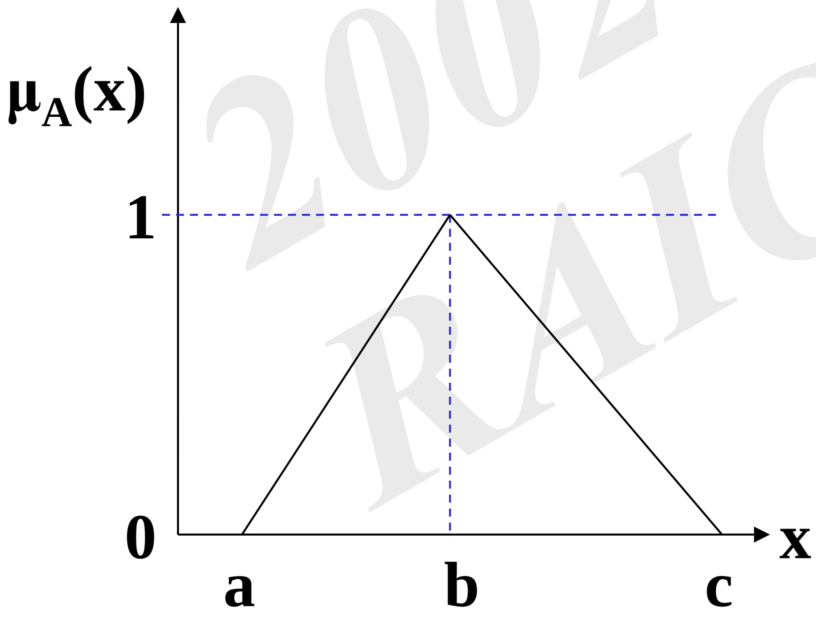


2. Gaussian: N(m, s)

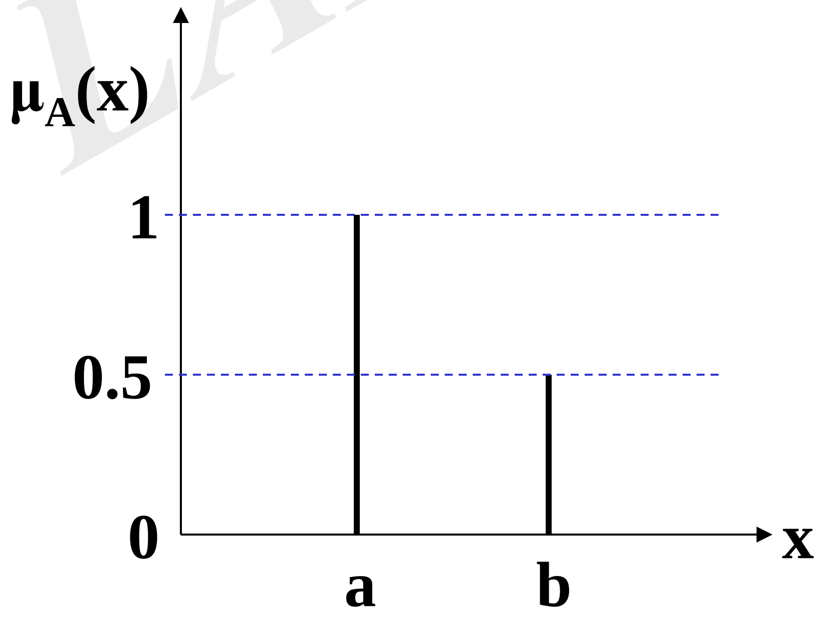


Membership Function 2.

3. Triangular: <a, b, b, d>



4. Singleton: (a, 1) and (b, 0.5)



Fuzzification

-. 측정되어지는 데이터는 애매하지 않은 값을 갖는 것이 보통이지만, 데이터 연산과정은 퍼지 논리를 바탕으로 하므로, 퍼지화는 초기 단계에 꼭 필요한 것이다. 따라서 퍼지화는 측정된 오차 신호를 퍼지 추론을 행할 수 있는 퍼지 집합으로 변환시키는 것을 목표로 하며 다음과 같이 기호화 할 수 있다.

$$\mathbf{x} = \mathit{fuzzifier}(\mathbf{x}_0)$$

$\mathbf{x}_0$: 애매하지 않은 입력신호

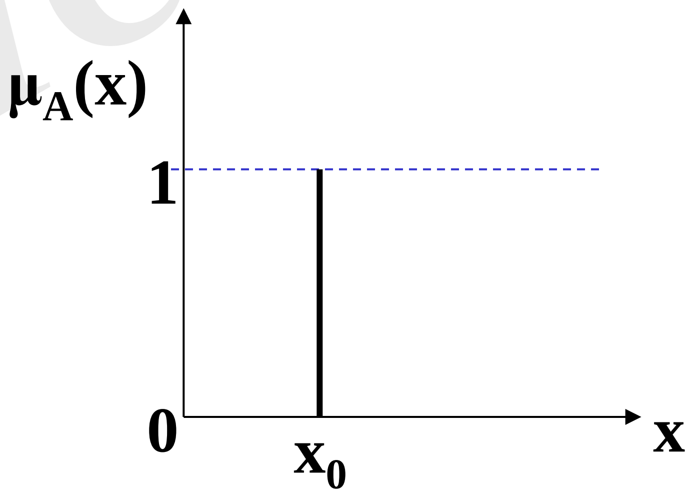
$\mathbf{x}$: 추론에 쓰여질 퍼지 집합

Fuzzification method(fuzzy singleton)

1. **Fuzzy Singleton Method. (퍼지 싱글톤 법)**

   : 측정된 입력 x_0를 x_0에서 멤버쉽 값이 1이고, 그 이외의 점들에 대해서는 멤버쉽값이 0인 멤버쉽 함수를 가지는 퍼지집합에 대응하는 방식으로 이 방법은 기본적으로 정확한 값을 가지므로 애매한 정도를 지니지 않는 특징을 가지고 있다.

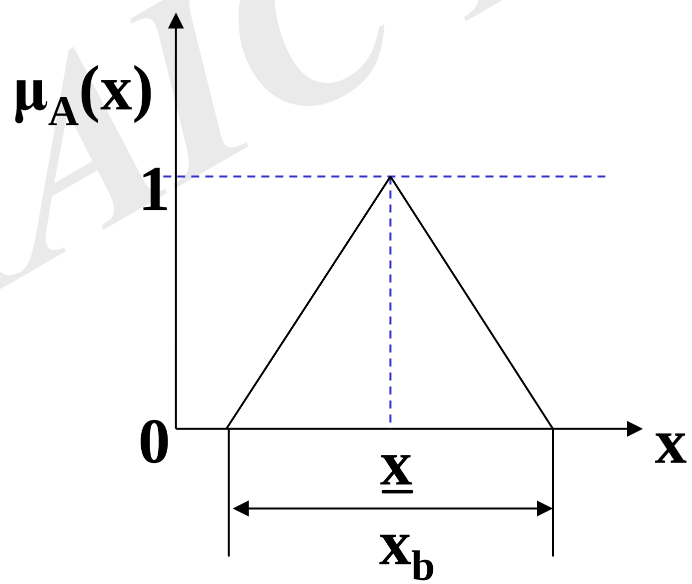
   실제로 구현하기 간단하므로 퍼지제어 응용 분야에서 가장 널리 쓰이는 방법이다.



Fuzzification method(isosceles triangle)

2. Isosceles Triangle Method(이등변 삼각형 법)

: 몇 개의 입력 데이터를 이용해서 최고 꼭지점이 그 데이터의 평균값에 위치하고 밑변은 데이터의 표준 편차의 두 배가 되도록 하는 이등변 삼각형 형태의 멤버쉽 함수**(membership function)**를 가지는 퍼지집합으로 퍼지화 하는 방법이다.



$\mathbf{x_i}$: $i = 1 \ldots\ldots N$

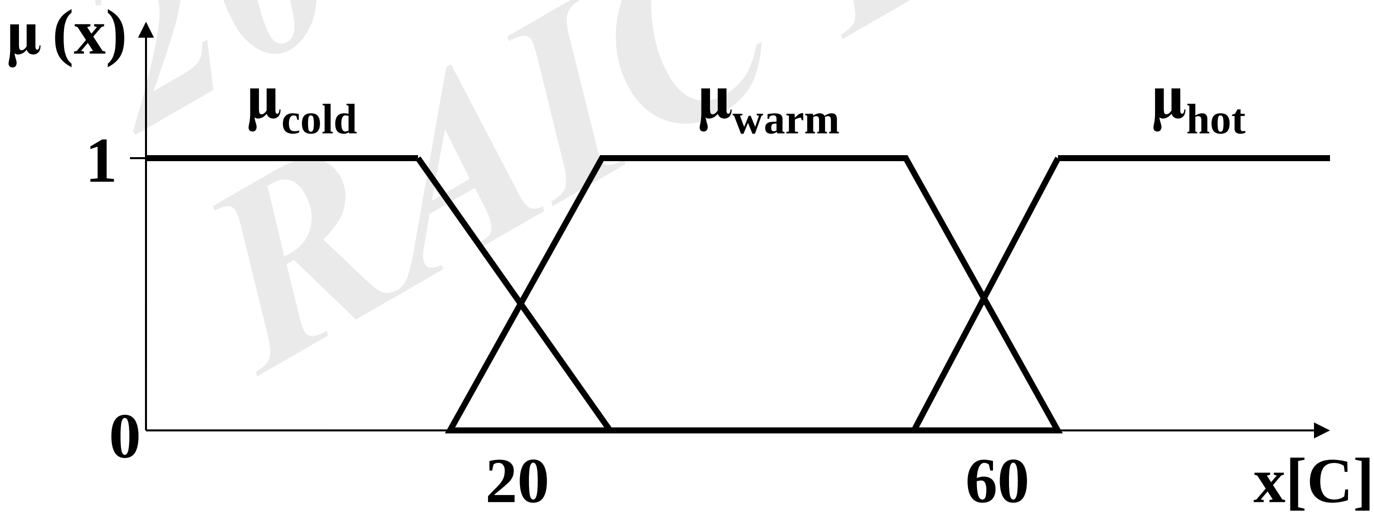
$$\underline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$\mathbf{x_b} = 2 * \sigma_x$

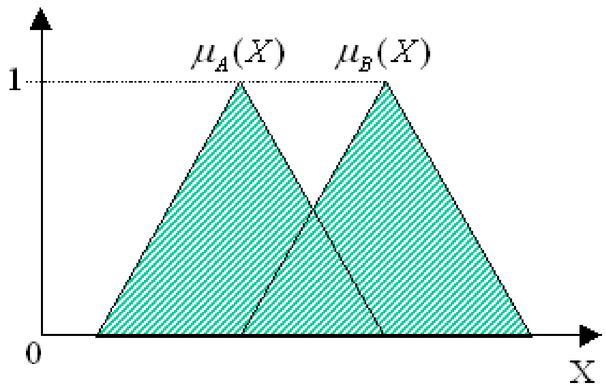
Linguistic Variables

A linguistic variable combines several fuzzy sets.

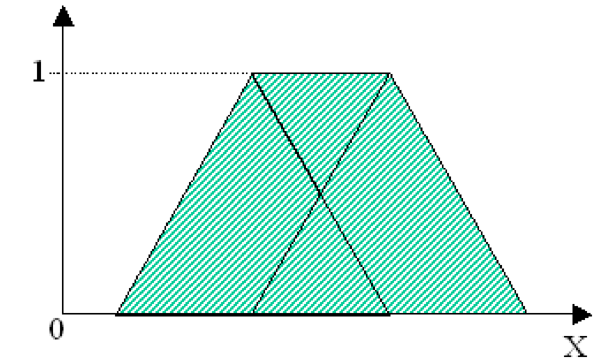
Ex) temperature



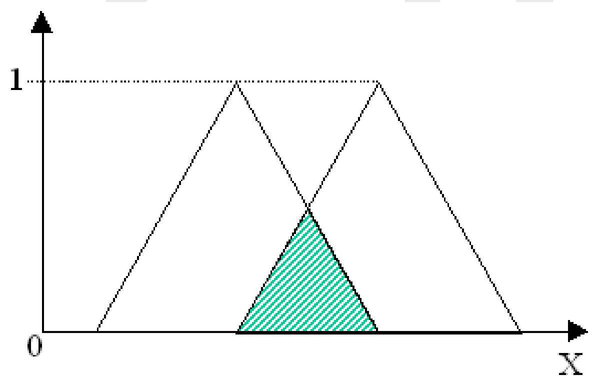
Operators on Fuzzy Sets



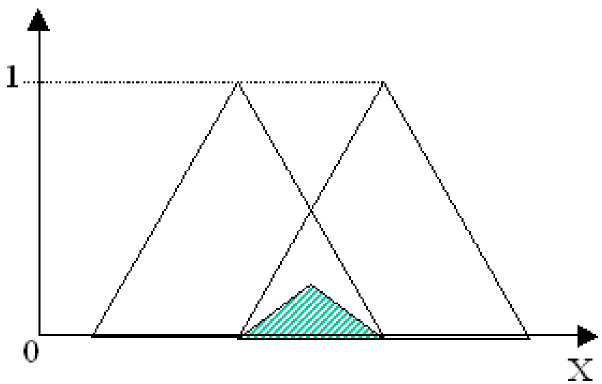
(a) $\mu_{A\vee B}(X) = \max\{\mu_A(X), \mu_B(X)\}$



(b) $\mu_{A\vee B}(X) = \min\{1,\ \mu_A(X) + \mu_B(X)\}$



(c) $\mu_{A\wedge B}(X) = \min\{\mu_A(X), \mu_B(X)\}$



(d) $\mu_{A\wedge B}(X) = \mu_A(X) \cdot \mu_B(X)$

Fuzzy Rules

-. Dependencies can be expressed in form of

if – then – rules

-. General form

if <antecedent> then <consequent>

Linguistic variables

Ex) if *Temperature* **is** *Cold* **and** *Oil* **is** *Cheap*

then *Heating* **is** *High*

Linguistic values(fuzzy sets)

Fuzzy Inference

Fuzzy Inference Method에는 크게 3가지로 구분된다.

a. Direct Method

1) Mamdani's method

2) Larsen's method

3) Mizumoto's method

b. Indirect Method

1) Baldwin's method

2) Tsugamoto's method

c. Hybrid Method

1) Sugeno's method

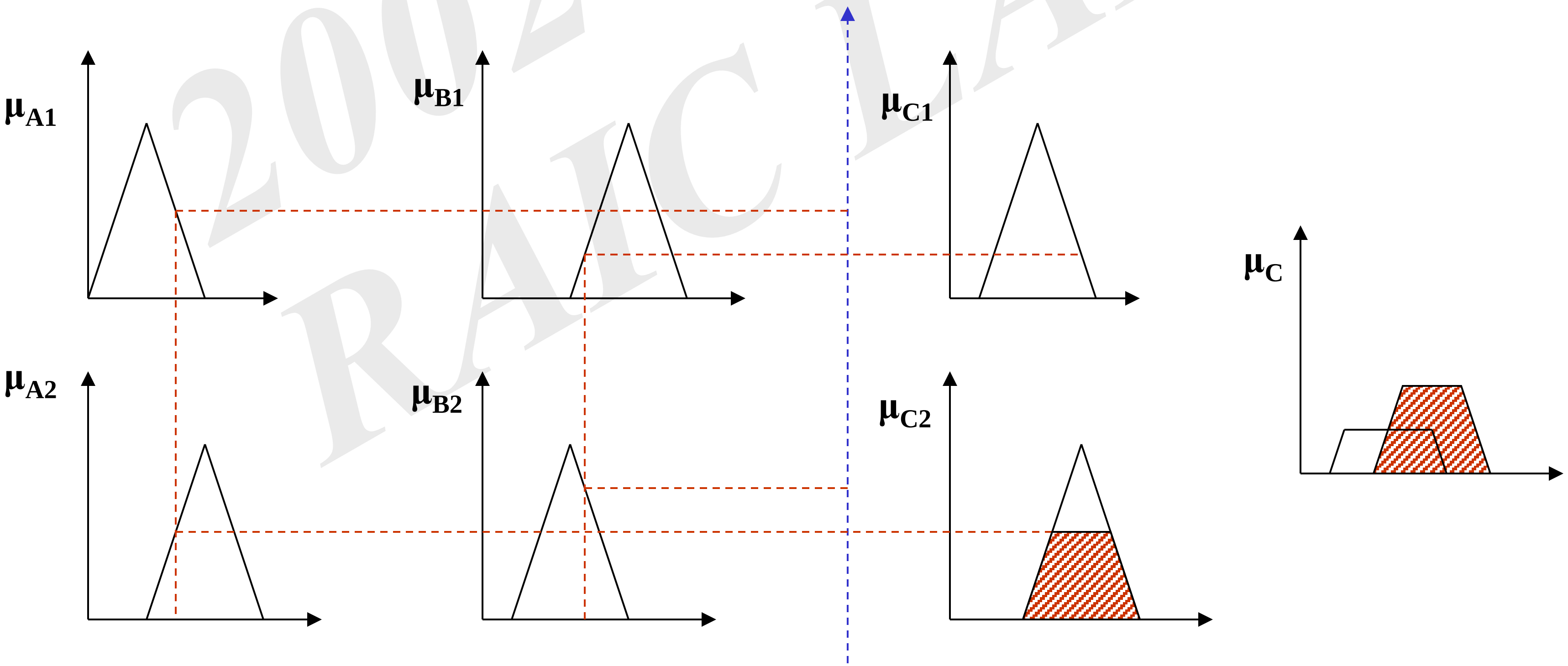
2) Simplified method

가장 많이 사용되고있는 Mamdani's method 와 Sugeno's method 에 대하여 설명하고 다른 방법들은 생략함.

Mamdani's Method

Max-Min method라고도 불리우는 방법으로 다음의 식과같이 weighting factor α_i를 min operator로 취하여 표현할 수 있다.

$$\mu_C(w) = \bigcup_{i=1}^{n} [\mu_{Ai}(u_0) \wedge \mu_{Bi}(v_0) \wedge \mu_{Ci}(w)]$$



Sugeno's Method

Sugeno's method는 **rule**의 결론부가 다음과 같이 **function**으로 주어진다는 것이 다른 방법들에 비하여 크게 다른 점이다.

R1: If x is A1 and y is B1, then z1=a1·x+b1 ·y+c1
R2: If x is A2 and y is B2, then z2=a2 ·x+b2 ·y+c2

Weighting factor α_i가 product로 정의되면 singletone 입력에 대하여 다음과 같이 추론 결과가 결정된다.

$$\boxed{z_0 = \frac{\alpha_1 \cdot z_1 + \alpha_2 \cdot z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}}$$

이 방법은 결론부의 **a, b, c** 변수의 **parameter Identification** 문제가 선행되어야 한다는 어려운 문제가 있다.

Defuzzification

Define: 출력의 애매한 제어 값을 애매하지 않은 제어 값으로 대응시키는 것.
퍼지제어기의 경우 실제적인 비퍼지한 플랜트를 제어하기 위하여 정확한 제어 값을 발생시키기 위하여 사용된다.

1. 무게 중심법(Center of Gravity Method)

: 가장 많이 쓰이는 비퍼지화 방법으로서 출력 u_0는 식(1)과 같이 표현되고, 연속 공간인 경우 식(2)와 같이 표현된다.

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^{l} u_i m_{c^0}(u_i)}{\sum_{i=1}^{l} m_{c^0}(u_i)} \quad \text{식(1)}$$

$$u_0 = \frac{\int u\, m_{c^0}(u)\,du}{\int m_{c^0}(u)\,du} \quad \text{식(2)}$$

* 계산이 복잡하고 추론결과를 얻는데 시간이 걸리는 단점이 있다.

2. 합 중심법(Center of Sums Method)

: 중첩되는 면적이 있는 경우, 중첩되는 경우의 수만큼 중복하여 면적계산에 반영된다. 무게중심법과 유사하면서도 중첩부분에 대한 처리가 비상식적인 면이 있으나, 계산시간이 빠르다.

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^{l} u_i \sum_{k=1}^{n} m_{c_k'}(u_i)}{\sum_{i=1}^{l} \sum_{k=1}^{n} m_{c_k'}(u_i)}$$

3. 높이법(Height Method)

: 간단하고 빠른 처리 방법이다.

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} M^{(k)} f_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k}$$

4. 최대면적 중심법(Center of Largest-area Method)

: 출력 퍼지집합이 둘 이상의 볼록형(convex) 퍼지부분집합으로 구성되어 있는 경우 u0 값은 가장 큰 convex 퍼지집합만의 COG값을 계산하는 것이다. 계산이 간편하나 작은 Convex set을 반영하지 못하는 단점이 있다.

5. 첫 최대값 방법

: 계산이 매우 빠른 방법이다.

$$u_0 = \inf_{u \in U} \{u \in U | m_{c'}(u) = hgh(c')\}$$

$$hgh(c') = \sup_{u \in U} m_{c'}(U)$$

6. 최대치 평균법(Middle of Maxima Method / Mean of Maxima Method)

: 소속함수값이 최대인 변수값들의 중간치 또는 평균치를 취하는 방법이다.

$$u_0 = \frac{\inf\{u/m_{c'}(u) = hgtu\} + \sup\{u/m_{c'}(u) = hgtu\}}{2}$$

App 1. Fuzzy Modeling

퍼지 모델링이란 복잡한 비선형 시스템의 특성을 퍼지 규칙으로 표현하는 것으로 구조 동정과 소속함수(membership function)의 파라메터 동정으로 나누어 생각할 수 있다.

-. 구조동정 : 퍼지 규칙수의 최소화 및 추론시스템의 구조 최소화.

-. 파라메터동정 : 입력 변수들과 입력 공간내의 몇몇 퍼지 부분 공간 분할의 선택에 따라 소속함수의 파라메터 들을 최적화.

[고려되어야 할 사항]

1. 입력과 변수의 선택
2. 각각의 변수를 위한 소속함수들의 개수와 모양
3. 퍼지 규칙의 전반부 및 후반부의 형태
4. 추론 메커니즘, 결합 연산자, 비퍼지화 방법의 형태

App 2. FLC(Fuzzy Logic Controller)

시스템의 특성이 복잡하여 기존의 정량적인 방법으로는 해석할 수 없거나, 얻어지는 정보가 정성적이고, 부정확하고, 불확실한 경우 기존의 제어기보다 우수한 제어 결과를 나타내며, 전문가의 제어지식을 언어적 형태로 기술한 제어규칙을 자동제어기가 동작하도록 역할을 바꾸어 주는 기능을 한다.

(장점)

병렬(분산)형 제어: 비선형성이 크고 복잡한 플랜트의 제어에 효과적

논리형 제어: 전문가의 지식 도입 용이, 다양한 조건을 기술, 물리적 방법으로 측정할 수 없는 현상도 변수로 이용가능, 예외의 처리에 적합

언어적 제어: 대화형 제어 구현에 적합, 학습능력 부여 용이

[제어기 설계 순서]

1. 제어 규칙의 기본구조 결정
2. 입력값의 퍼지화 방식 결정
3. 추론 방식 결정
4. 조건부 결정
5. 출력부의 비퍼지화 방식 결정

Application of Fuzzy System 1.

퍼지제어	퍼지 뉴로 시스템	퍼지 컴퓨터	퍼지 유전 알고리즘	퍼지 카오스
로보틱스	패턴인식 및 클러스터링	전문가 시스템	교통공학	퍼지 인공 생명
통신 시스템	음성인식	의학	이미지 프로세싱 및 컴퓨터 비전	시스템 이론
기계 공학 응용	토목공학 응용	신뢰도 이론	경제학, 사회과학	심리학

Application of Fuzzy System 2.

전자 산업 분야	비데오 캠코더, 세탁기, 온수기, 에어컨, TV, 진공청소기
중공업 분야	보일러-터빈, 아아크 용접기, 화력발전소
제어계측 분야	서보시스템, 하수처리 및 관리, 잠수정제어
의료기기 분야	알레르기 진단 장비, 혈압 측정기
로봇산업 분야	순응 제어기, 모빌로봇, 정밀 부품 조립, 능동제어
교통제어분야	엘리베이터 제어, 자기 부양 장치,
패턴인식 분야	한글인식, 펜 컴퓨터, 칼라 복사기, CRT 제조
전력산업 분야	부하 변동 주파수 제어, 전력 손실 복원

Conclusion

과학과 기술이 고도로 발전되고, 자동화에 대한 강한 욕구가 생기면서 많은 대규모 복잡한 시스템에 지능을 가진 자동제어기술이 요구되고 있다.

제어 플랜트의 수학적인 모델에 완전히 의존하는 전통적인 제어이론은 그러한 시스템을 다루는데 한계를 나타내었다. 대부분 실제의 동적인 시스템은 비선형이며, 종종 불확실한 요소를 가지는 시 변형이므로 이들 시스템에 대한 정확한 수학적인 모델을 얻는 것은 매우 어렵다.

심지어 정확한 수학적인 모델을 가지는 비선형 시스템에 대해서도 일반적이고 효과적인 제어설계방법이 아직 개발 과정에 있다.

따라서 요즘 많은 연구가 이루어지고 있는 퍼지 이론에 관한 간단한 이론과 응용분야를 살펴보았다.